

# Ile waży arbuż?

Arbuż ważył 7 kg z czego 99% stanowiła woda. Po tygodniu wysechł i woda stanowi 98%. Nieważne jak zmierzono te % – oblicz ile waży arbuż teraz?

Zanim zaczniemy, spróbuj ocenić to na wycucie...

Procent wody spadł b.nieznacznie (z 99 na 98), więc wydaje się że i arbuż stracił na wadze nieznacznie – ale ile?... pół kg? ćwierć? a może mniej?...

A teraz przystąpmy do rozwiązywania...

Być może problem jest dla Ciebie zbyt łatwy i już widzisz jak go rozwiązać. Spróbuj jednak rozwiązać go tak, aby było to proste i oczywiste nawet dla kogoś znacznie mniej wprawnego od Ciebie. Wyobraź sobie np że uczysz grupę uczniów z podstawówki. Oczywiście najpierw etap „Zapisanie”...

Problem jest lepiej widoczny, jeśli zapisany jest w sposób uporządkowany. Zadanie podane było w języku raczej potocznym – spróbujmy rozpisać je w jakiś sposób uporządkowany (usystematyzowany)...

Mamy do czynienia z dwiema sytuacjami:

[arbuz na początku]    [arbuz teraz]

więc warto je wyraźnie rozdzielić, np między 2 wiersze tabelki:

<i>sytuacje</i>		
<b>na początku</b>		
<b>teraz</b>		

Co mają określać kolumny w tabelce?...

Oczywiście powinny określać wielkości jakie nas interesują.  
Dwie są oczywiste: [waga arbuza] [waga wody w arbuzie] zatem:

<i>sytuacje</i>	waga arbuza	waga wody
na początku		
teraz		

Stop... czy czegoś nie przeoczyliśmy? Co jest jeszcze w arbuzie?...

W arbuzie jest jeszcze [miąższ] – nie ma wprowadzić mowy o nim w zadaniu, ale jest przecież immanentnym składnikiem arbuza, więc – na wszelki wypadek – dobrze będzie go uwzględnić. Zatem mamy:

<i>sytuacje</i>	waga arbuza	waga wody	waga miąższu
na początku	7		
teraz			

Wpisaliśmy do tabelki to co wiemy: waga arbuza na początku = 7  
Pozostałych liczb na razie nie znamy – ale przecież będziemy musieli nimi operować w obliczeniach. Co w związku z tym należy zrobić? ...

Tu się kłania dyrektywa „**Oznaczenie**”:

Liczby których nie znamy oznaczamy literami – aby móc na nich rachować. Litery te mogą być najzupełniej dowolne. To co mamy obliczyć oznacza się zazwyczaj literami końcowymi ( $x$   $y$   $z$ ) – ale to tylko zwyczaj, a nie obowiązek.

Wybieramy więc jakieś oznaczenia, np takie jak niżej:

<i>sytuacje</i>	<b>waga arbuza</b>	<b>waga wody</b>	<b>waga mięszu</b>
<b>na początku</b>	7	a	c
<b>teraz</b>	x	b	d

Mamy obliczyć **waga arbuza teraz** więc oznaczyliśmy ją literą  $x$   
(  $a$   $b$   $c$   $d$  też możemy obliczyć – ale nie musimy, bo zadanie tego nie żąda)

Problem jest więc już uporządkowany i wszystkie liczby są oznaczone.  
Jednak wykorzystaliśmy tylko jedną informację z zadania, mianowicie 7.  
A przecież trzeba ująć matematycznie informacje wszystkie...

**Spójrzmy raz jeszcze na treść zadania:**

**Arbuz ważył 7 kg z czego 99% stanowiła woda. Po tygodniu wysechł i woda stanowi 98%. Nieważne jak zmierzono te % – oblicz ile waży arbuz teraz?**

**Informację "Na początku woda stanowiła 99% wagi arbuza" możemy zapisać matematycznie w postaci równania:**

$$a = 0,99 \cdot 7 \quad ( 99\% = 99 : 100 = 0,99 )$$

**Informację "Teraz woda stanowi 98% wagi arbuza" możemy zapisać matematycznie w postaci równania:**

$$b = 0,98 \cdot 7 \quad ( 98\% = 98 : 100 = 0,98 )$$

**Więcej informacji w zadaniu nie podano.**

**Etap „Zapisanie” zatem zakończyliśmy. Czas na etap „Szukanie”...**

**Remanent:**

<i>sytuacje</i>	<b>waga arbuza</b>	<b>waga wody</b>	<b>waga mięszu</b>
<b>na początku</b>	7	a	c
<b>teraz</b>	x	b	d

**Mamy w tabelce 5 niewiadomych (x a b c d), a tylko 2 równania:**

$$a = 0,99 \cdot 7$$

$$b = 0,98 \cdot 7$$

**To za mało – zazwyczaj potrzeba tyle równań ile niewiadomych.**

**Skąd wziąć brakujące 3 równania?**

**Tu już musimy "ruszyć głową" – zazwyczaj nie podaje się wszystkich istniejących zależności. Istnieją przecież zależności oczywiste dla każdego kto chociaż chwilę się zastanowi...**

Np jakie są zależności między trzema liczbami w wierszach tabeli:

<i>sytuacje</i>	waga arbuza	waga wody	waga mięszu
na początku	7	a	c
teraz	x	b	d

Oczywiście [waga arbuza] = [waga wody] + [waga mięszu], co daje nam

2 równania:  $7 = a + c$        $x = b + d$

Mamy więc już 4 równania. ale aż 5 niewiadomych:

$$\begin{cases} a = 0,99 \cdot 7 \\ b = 0,98 \cdot x \\ 7 = a + c \\ x = b + d \end{cases}$$

czyli nadal brakuje jednego równania. Szukajmy dalej...



Skoro rozpatrzyliśmy zależności w wierszach (poziome), to wypadaloby rozważyć także zależności w kolumnach (pionowe):

<i>sytuacje</i>	waga arbuza	waga wody	waga miąższu
na początku	7	a	c
teraz	x	b	d

W każdej kolumnie są 2 liczby – w pierwszej ani w drugiej niesposób dostrzec jakiejś zależności między nimi; a może jest jakaś w trzeciej?...

Tak – przecież waga mięszu się nie zmienia, bo wyparowuje tylko woda.  
Zatem otrzymujemy stąd równanie:  $c = d$

Mamy więc już 5 równań – zestawmy je zatem obok siebie w układ równań:

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 0,99 \cdot 7 \\ b = 0,98 \cdot x \\ 7 = a + c \\ x = b + d \\ c = d \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{i jest w nich również 5 niewiadomych.} \\ \text{Taki układ na ogół daje się rozwiązać – zatem etap „Szukanie”} \\ \text{już zakończyliśmy, więc czas przejść do etapu „Obliczanie”} \\ \text{Układ równań rozwiązuje się najogólniej metodą kolejnych re-} \\ \text{dukcji niewiadomych: wyliczamy jakąś niewiadomą z jakiegoś} \\ \text{równania i to co wyjdzie wstawiamy zamiast niej do równań po-} \\ \text{zostałych (dzięki temu ilości 5 maleją do 4, i jest łatwiej);}$$

Którą niewiadomą wybrać i które równanie?...

Nie należy w żadnym razie wybierać tej niewiadomej, która mamy obliczyć – bo wówczas zniknie ona z układu. Poza tym jest obojętne co wybierzemy – najlepiej tę niewiadomą, którą wyliczyć najłatwiej (dyrektywa „**Najłatwiejsze**”). Najłatwiej wziąć niewiadomą  $a$ , bo jest już wyliczona:  $a = 0,99 \cdot 7$

Wstawiamy więc w pozostałych równaniach  $0,99 \cdot 7$  zamiast  $a$

Otrzymujemy:

$$\left\{ \begin{array}{l} b = 0,98 \cdot x \\ 7 = 0,99 \cdot 7 + c \\ x = b + d \\ c = d \end{array} \right.$$

po czym mamy już tylko 4 równanie i 4 niewiadome.

Teraz bierzemy np z ostatniego równania  $c$  i w pozostałych zastępujemy je przez  $d$  ...

$$\begin{cases} b = 0,98 \cdot x \\ 7 = 0,97 \cdot 7 + c \\ x = b + d \end{cases} \quad \text{po czym mamy już tylko 3 równanie i 3 niewiadome.}$$

Teraz bierzemy  $b$  z pierwszego równania (bo już jest wyliczone) i podstawiamy do obu pozostałych (to że w drugim go nie ma, to i lepiej – bo mniej fatygi).

Mamy 2 równania i 2 niewiadome:

$$\begin{cases} 7 = 0,99 \cdot 7 + d \\ x = 0,98 \cdot x + d \end{cases} \quad \text{Teraz wyliczamy } d \text{ z równania pierwszego:}$$

$$d = 7 - 0,99 \cdot 7 = 7 \cdot (1 - 0,99) = 7 \cdot 0,01 = 0,07$$

i podstawiamy do równania drugiego  $0,07$  zamiast  $d$ .

Otrzymujemy ostatecznie jedno równanie z jedną niewiadomą  $x$ :

$$x = 0,98 \cdot x + 0,07$$

które już łatwo rozwiązać przez proste wyliczenie  $x$ ...

$x = 0,98x + 0,07$	odejmujemy od obu stron $0,98x$
$x - 0,98x = 0,07$	po lewej stronie wyciągamy $x$ przed nawias
$x \cdot (1 - 0,98) = 0,07$	wykonujemy odejmowanie w nawiasie
$x \cdot 0,02 = 0,07$	dzielimy obie strony przez $0,02$
$x = \frac{0,07}{0,02} = 3,5$	

Rachunki powyższe można oczywiście przeprowadzać inaczej i szybciej. Nie warto jednak się śpieszyć, bo wówczas łatwo o jakąś pomyłkę. Lepiej robić je stopniowo – krótkimi i prostymi etapami. Trochę więcej łatwego pisania to żaden kłopot.

**Odpowiedź** – czyli etap „**Sprawozdanie**” Arbuż waży teraz 3,5 kilograma  
 Tak więc arbuż "schudł" nadspodziewanie dużo, bo aż o połowę swoich 7 kg.

## Czy można było szybciej?...

Oczywiście. Gdybyśmy zamiast a b c d wstawili od razu to co wychodzi:

<b>sytuacje</b>	<b>waga arbuza</b>	<b>waga wody</b>	<b>waga mięszu</b>
na początku	7	7·99%	7·1%
teraz	x	x·98%	x·2%

to natychmiast otrzymalibyśmy tylko jedno równanie:  $7 \cdot 1\% = x \cdot 2\%$   
z którego widać byłoby od razu że  $x = 3,5$ . Byłoby więc znacznie szybciej.

Ale nie ma sensu tym się przejmować. Grunt że rozwiązaliśmy dobrze, a zbyt ni pośpiech przy braku wprawy mógłby wpędzić nas na manowce. A przecież są zadania znacznie trudniejsze.

## Wprawka z arbuzem

Ile % stanowi woda po wyschnięciu tego arbuza do 5 kilogramów?

Spróbuj rozwiązać samodzielnie...

<i>sytuacje</i>	<b>waga arbuza</b>	<b>waga wody</b>	<b>waga mięszu</b>
na początku	7	7·99%	7·1%
teraz	5	5·p%	5·(100 – p)%

**Waga mięszu jest taka sama, skąd dostajemy równanie:**

$$5 \cdot (100 - p) \cdot \% = 7 \cdot 1\%$$

**z którego łatwo wyliczyć że  $p = 98,6$**

KONIEC ZADANIA